**Mannheimer Manuskripte zu Risikotheorie,
Portfolio Management und Versicherungswirtschaft**

Nr. 140

Cost Average-Effekt:
Fakt oder Mythos?

von

Peter Albrecht, Ivica Dus, Raimond Maurer
und Ulla Ruckpaul

**Beitrag zum 2. Alumni-Tag
der Universität Mannheim**

Mannheim 10/2002

Prof. Dr. Peter Albrecht[*], Dipl.-Wirtsch.-Inf. Ivica Dus[**],
Prof. Dr. Raimond Maurer[**] und Dipl.-Kffr. Ulla Ruckpaul[*]

Cost Average-Effekt: Fakt oder Mythos?

1. Ausgangspunkte

Der Cost Average-Effekt gehört gewissermaßen zum Investment-Basiswissen. Jedem, der sich schon einmal mit einer Anlage in Investmentfonds, insbesondere Aktienfonds, beschäftigt hat, ist dieser Effekt bekannt oder er glaubt zumindest, ihn zu kennen. Die Frage ist allerdings, ob dieses Basiswissen auch eine wissenschaftliche Fundierung besitzt bzw. welche Eigenschaften wissenschaftlich fundierbar sind. Hierüber wird in der Literatur intensiv diskutiert, vgl. etwa Ebertz/Scherer (1998), Löffler (2001), Rozeff (1994), Samuelson (1994) und Stephan/Telöken (1997). Diese Diskussion ist zugleich der Ausgangspunkt des vorliegenden Beitrags.

Der Cost Average-Effekt beruht zunächst auf einer bestimmten strukturierten Vorgehensweise eines Finanzinvestments, der Cost Average- bzw. Durchschnittspreis-Methode. Dabei erfolgt eine Anlage, etwa in Aktien oder in Investmentfonds, zum einen in regelmäßigen Abständen (Monat, Jahr) und zum anderen zu einem exakt gleich hohen (nominalen) Betrag. Im Zeitablauf werden somit bei niedrigen Kursen jeweils relativ mehr Anteile erworben, bei hohen Kursen jeweils relativ weniger. Der durchschnittliche Einstandskurs des Investments liegt dann intuitiv unter dem durchschnittlichen Kurs der Aktie bzw. des Fonds, ein Faktum, das wir später noch formalisieren werden. Dieser Effekt ist der Kerneffekt des Cost-Averaging. Die Bedeutung, die dem Cost-Averaging beigemessen wird, geht aber weit über diesen Kerneffekt hinaus. So formuliert etwa Laux (1998, S. 327) unter der Kapitelüberschrift „Wesensmerkmale eines optimalen privaten Altersvorsorgeinstruments“ die folgende Aussage:

> „Bei sehr langfristigen Kapitalbildungsprozessen erreicht man ein ökonomisches Optimum über eine substanzwertorientierte Anlagepolitik, kombiniert mit einer optimalen Nutzung des Zinseszinseffekts (Ertragsthesaurierung) und des Cost Average Effekts durch z.B. monatliche Einzahlungen gleichbleibender Beträge.“

---

[*] Lehrstuhl für ABWL, Risikotheorie, Portfolio Management und Versicherungswirtschaft, Universität Mannheim

[**] Lehrstuhl für BWL, insb. Investment, Portfolio Management und Alterssicherung, J.W. Goethe-Universität, Frankfurt am Main.

Dem Cost Average-Effekt wird hierbei also die Eigenschaft einer wesentlichen Determinante einer optimalen Altersvorsorge zuerkannt.

Wie schon Löffler (2002, S. 24) anmerkt, wird in der Literatur weiter argumentiert, dass der Cost Average-Effekt umso stärker wirkt, je größer die Schwankungen der Fondspreise sind. Dies mündet in der Empfehlung, riskante Fonds, insbesondere solche mit hohem Aktienanteil, für die Altersvorsorge zu wählen. So findet sich etwa in der Zeitschrift Performance (Untertitel: Finanzinformationen auf den Punkt gebracht) in der Ausgabe Dezember 1999 die folgende Empfehlung (S. 48):

„Für Sie als Berater heißt dies: Da der Cost Average-Effekt .... umso stärker wirkt, je volatiler der Fonds ist, können Sie bei langlaufenden Sparplänen sehr wohl zu volatilen Branchen- und Länderfonds raten.“

Aktuell konstatiert der „Bestsellerautor (Rechentraining für Finanzdienstleister, Systematisch reich mit Aktienfonds, Die Magie des Erfolges), Geldtrainer und Herausgeber eines monatlichen Finanzcoaching-Briefes“ B.W. Klöckner (2002, S. 57):

„Freuen Sie sich, wenn die Kurse mal sinken ... Machen Sie in der Baisse aus Ihren Einmalanlagen Sparpläne. Investieren Sie in international anlegende Aktienfonds.“

Offenbar wird aufgrund des zuvor beschriebenen Kerneffektes des Cost-Averaging (ohne weitere Begründung) abgeleitet, dass Sparpläne gegenüber einer Einmalanlage besondere Vorteile besitzen. Als Argument wird dabei häufig vorgebracht, dass mit einem sukzessiven Einstieg das Risiko verringert wird, zu einem falschen Zeitpunkt zu investieren.

Die vorstehend genannten Folgerungen werden aber auf einer mehr intuitiven Ebene getroffen. Dabei wird zum Beispiel vernachlässigt, dass nicht nur der Preis einen Einfluss auf die erzielte Rendite besitzt, sondern auch die realisierte Wertveränderung - ebenso, wie nicht nur die Kosten den Gewinn beeinflussen, sondern auch die Erlöse. Die genauen Inhalte der getroffenen Folgerungen (etwa: was wird unter „Risiko“ verstanden?) bleiben unscharf.

Vor diesem Hintergrund geht ein gemeinsames Forschungsprojekt der zu Beginn des Beitrags genannten Lehrstühle der Universitäten Frankfurt und Mannheim den folgenden Fragen nach:

- Worin bestehen die Vorteile des Cost Average-Effektes genau?
- In welchen Konstellationen des Marktes sind sie wirksam?
- Was präzise sind die Renditekonsequenzen (und: was wird dabei unter „Rendite“ verstanden)?
- Was präzise sind die Risikokonsequenzen (und: was wird dabei unter „Risiko“ verstanden)?

- Welches sind schließlich die Konsequenzen für die Risiko/Rendite-Profile?

Auslöser für die Etablierung dieses gemeinsamen Forschungsprojektes sind die in der Literatur zur These „Überlegenheit des Sparplans gegenüber einer Einmalanlage“ ebenso zu findenden Antithesen.

So kommt etwa Rozeff (1994) in seiner Untersuchung zur Folgerung „Those who hesitate, lose“. Methodisch gesehen vergleicht Rozeff dabei eine Variante einer Einmalanlage, bei der ein Teilbetrag in einen Fonds angelegt und der andere Teilbetrag bar (formal entspricht dies einer sicheren Anlage mit einer Rendite von null Prozent) gehalten wird. Diese Aufspaltung wird dabei solchermaßen festgelegt, dass (gemessen an der Standardabweichung des Endvermögens) ein identisches Risiko resultiert bei einem alternativen Sparplan. Rozeff kommt unter diesen Bedingungen zur Schlussfolgerung, dass die Einmalanlage zu einem höheren mittleren Endvermögen führt, risikoadjustiert somit dem Sparplan überlegen ist. Für diese Schlussfolgerung liefert Rozeff die folgende Begründung. Eine Einmalanlage unterliegt einer größeren Anzahl von unabhängigen Realisationen (implizit wird somit eine Random-Walk-Hypothese für den Wertverlauf des Investments getroffen), was das Risiko im Sinne der Standardabweichung reduziert. Allerdings ist die zum Sparplan betrachtete Alternative nicht wirklich eine Einmalanlage in dasselbe Asset, sondern eine Mischung aus einer Einmalanlage in dieses Asset und einer sicheren Anlage. Ferner geht Rozeff im allgemeinen Fall von einer Approximationsformel für den Erwartungswert sowie die Varianz des Endvermögens aus, auch dies kann zu Verzerrungen führen.

Auch im Beitrag von Samuelson (1994) wird auf die risikoadjustierte Rendite abgestellt, er formuliert (S. 16):

> „Dollar-averaging gives many folk the comfort to get into stocks. Bully for them: this denies not at all the truth that dollar-averaging cannot improve risk-corrected performance.”

In der deutschen Literatur vertreten Ebertz/Scherer (1998) die Antithese und empfehlen dem Anleger „Invest without delay“. Methodisch folgen sie dabei im allgemeinen Fall der Vorgehensweise von Rozeff (1994). Für die Überlegenheit des Einmalinvestments führen sie die mangelnde intertemporale Diversifikation des Sparplans ins Feld. „Hausse- und Baisse-Phasen am Aktienmarkt gleichen sich ... über die Zeit nicht in dem Umfang aus, wie bei der Einmalanlage.“

Auf der anderen Seite kommen Reichling/Schulmerich (1998, S. 48) zum Schluss, dass der 5%-Value-at-Risk der Cost Average-Strategie in der von den Autoren betrachteten Beispielkonstellation für alle Laufzeiten unterhalb des korrespondierenden Value-at-Risk-Wertes für die entsprechende passive Strategie (= äquivalentes Einmalinvestment) liegt. Dies ist ein wichtiger Aspekt einer Vorteilhaftigkeit des Sparplans.

Die Diskussion um den Cost Average-Effekt ist keine rein akademische Veranstaltung, sondern sie besitzt unmittelbare Praxisrelevanz. Dies belegt auch das im Jahr 2002 eingeführte Produkt „Flexinvest“ der AM Generali Invest. Die Produktkonstruktion ist dabei dergestalt, dass eine bestimmte Einmalanlagesumme zunächst in einen sicheren Geldmarktfonds fließt. Diese Anlagesumme wird dann schrittweise in 12 bzw. 24 gleichbleibenden Monatsbeiträgen in einen Aktien- bzw. Dachfonds umgeschichtet. In einer Presseinformation der AM Generali Invest vom 17. Juli 2002 wird dabei zu den Produktvorteilen ausgeführt:

> „Damit macht sich der Investor von der Wahl eines bestimmten Zeitpunktes für eine Einmalanlage unabhängig und kommt so in den Genuss des Cost Average-Effekts - also eines günstigen Durchschnittskurses, der bei schwankenden Kursen mit immer gleichen Anlagesummen über einen längeren Zeitraum erzielt wird.“

Die Produktkonstruktion von Flexinvest beinhaltet unter anderem die sichere Anlage des im Rahmen des Sparplaninvestments jeweils noch nicht investierten Anteils. Dies macht zugleich klar, dass die traditionelle Gegenüberstellung der Investition eines Einmalbeitrags in Höhe eines bestimmten anfänglichen Vermögens V_0 auf der einen Seite und der Investition gleich hoher Beträge V_0/T über einen Zeithorizont der Länge T auf der anderen, auf einer impliziten Prämisse beruht. Es wird dabei übersehen bzw. vernachlässigt, dass beim Sparplan die jeweils noch nicht benötigten Vermögensanteile angelegt werden können (z.B. am Geldmarkt). Anders ausgedrückt: Es wird die implizite Prämisse getroffen, dass dieser Anlagezins gleich null ist. Rozeff (1994) ist dabei in seiner Vorgehensweise durchaus konsistent, indem die sichere Anlage im Rahmen der modifizierten Einmalinvestmentstrategie einen Zins in Höhe von null Prozent aufweist. Ebertz/Scherer (1998) lösen dieses Problem, indem sie beim Sparplan von einem zum Einmalinvestment äquivalenten Barwert der investierten Beträge (bei Annahme eines sicheren Zinses in Höhe von vier Prozent) als Investitionsbetrag ausgehen. Prinzipiell sind die Effekte eines solchen positiven Wiederanlagezinses bzw. eine entsprechende Strategiemodifizierung ebenfalls Gegenstand des skizzierten Forschungsprogramms. Im vorliegenden Beitrag jedoch beschränken wir uns zunächst auf die „traditionelle“ Sparplanstrategie bzw. treffen damit die implizite Prämisse eines Wiederanlagezinses in Höhe von null (analog wäre bei einer Kreditfinanzierung der beiden alternativen Strategien die Prämisse zu treffen, dass der Kreditzins gleich null ist).

2. Erste Basiseigenschaften

Wenden wir unsere Aufmerksamkeit zunächst der Quantifizierung des im ersten Abschnitt angesprochenen „Kerneffektes" des Cost-Averaging zu. Es werde dazu ein anfängliches Vermögen V_0 sukzessive (in t = 0, 1, ..., T-1) in gleich hohen Anteilen V_0/T investiert. Ist s_t der Kurs der Aktie bzw. des Fonds im Zeitpunkt t, so werden in diesem Zeitpunkt $n_t = \frac{V_0/T}{s_t}$ Aktien bzw. Fondsanteile erworben. Für den durchschnittlichen Einstandspreis ergibt sich damit:

$$\frac{V_0}{\sum_{t=0}^{T-1} n_t} = \frac{V_0}{\sum_{t=0}^{T-1} \frac{V_0}{T} \frac{1}{s_t}} = \frac{T}{\sum_{t=0}^{T-1} \frac{1}{s_t}} \leq \frac{1}{T} \sum_{t=0}^{T-1} s_t \ .$$

Die letzte Ungleichung besagt nichts anderes, als dass das harmonische Mittel stets kleiner gleich dem arithmetischen Mittel ist (die Gleichheit gilt dabei nur im Falle $s_0 = s_1 = \ldots = s_{T-1}$).

Damit ist die im ersten Abschnitt als "Kerneffekt" des Cost-Averaging bezeichnete Eigenschaft nachgewiesen, dass der durchschnittliche Einstandspreis stets geringer ist als der Durchschnittskurs (über einen identischen Investitionszeitraum). Allerdings können hieraus keinerlei Schlüsse über einen günstigeren Einstandspreis im Vergleich zum Einmalinvestment gezogen werden, denn für dieses ist nicht der Durchschnittspreis über eine bestimmte Zeitperiode relevant, sondern allein der Kurs s_0 im Zeitpunkt der anfänglichen Investition. Nur im Durchschnitt über verschiedene denkbare Zeitpunkte des Einmalinvestments kann ein günstigerer Preis realisiert werden, im Einzelfall kann damit der Einstandspreis eines Einmalinvestments sowohl günstiger als auch ungünstiger sein. Ferner ist - wie bereits ausgeführt - der Kaufkurs nur eine der beiden Determinanten der realisierten Rendite. Renditemäßige Konsequenzen können aus dem Kerneffekt des Cost-Averaging nicht gezogen werden.

Betrachtet man alternative Investmentgelegenheiten (z.B. Aktienindizes wie DAX, S&P 500, Nikkei) und hierbei alternative Zeithorizonte, so wird schnell klar, dass keine <u>generelle</u> Überlegenheit eines Einmalinvestments gegenüber einem Sparplan bzw. vice versa existiert. Im Einzelfall ist diese Überlegenheit sowohl „pfadabhängig“ (abhängig vom konkreten realisierten Kursverlauf) als auch „zeithorizontabhängig“ (abhängig vom im Einzelnen fixierten Zeitabschnitt). Im Rahmen einer wissenschaftlich fundierten Analyse wird man daher nur Aussagen „im Mittel“ über künftige mögliche Kursbewegungen machen können. Zu treffen ist in diesem Zusammenhang dann eine Hypothese über die Zufallsgesetzmäßigkeit der Kursentwicklung. Als „klassische“ These kann man hierbei von einer Random Walk-Annahme - vgl. etwa Albrecht/Maurer (2002, S. 140 ff.) - ausgehen, d.h. die Wertveränderungen über künftige Investmentperioden sind unabhängig und identisch verteilt. Insbesondere sind dann die „im Mittel“ gewonnenen Aussagen unabhängig von der konkreten Wahl des Startzeitpunktes des Investments. Als Alternative bietet sich eine Mean Reversion-Hypothese an. Dabei wird unterstellt, dass z.B. fundamentale Bewertungskennziffern, wie etwa das Kurs/Gewinn-Verhältnis oder die Dividendenrendite nicht unbeschränkt steigen bzw. fallen können, sondern stets in eine „normale“ Range zurückkehren werden - mit entsprechenden Konsequenzen für die Aktienkurse. Evidenz für eine solche Rückkehr fundamentaler Bewertungskennziffern in eine normale Range und Folgerungen für künftige Aktienmarktrenditen findet man etwa in Albrecht (2001, 2002a), Campbell/Shiller (1998, 2001), Carlson/Pelz/Wohar (2002) und Shiller (2000). Als formales Modell für eine Aktienkursbewegung mit Mean Reversion-Eigenschaften bietet sich im Rahmen einer zeitstetigen Modellierung vor allem der Ornstein/Uhlenbeck-Prozess mit Mean-Reverting Drift - vgl. etwa Albrecht/Maurer (2002, S. 152 f.) - an. Das zeitdiskrete Analogon wäre ein autoregressiver Prozess erster Ordnung. Bei Annahme einer Mean Reversion-Hypothese sind die „im Mittel“ getroffenen Aussagen im Gegensatz zum Random Walk-Fall abhängig vom gewählten Startzeitpunkt. Im Rahmen des skizzierten Forschungsprojektes wird auch eine Analyse des Mean Reversion-Falles vorgenommen werden, im vorliegenden Beitrag beschränken wir uns jedoch auf die Annahme der klassischen Random Walk-Hypothese.

3. Untersuchungsdesign

Für die Durchführung der Untersuchung ist zunächst eine geeignete stochastische Dynamik für die zugrundeliegende Wertentwicklung des Aktien- bzw. Fondsinvestments zu spezifizieren. Wir gehen dabei von einer Variante der Random Walk-Hypothese aus, indem wir unabhängig und identisch normalverteilte kontinuierliche Jahresrenditen unterstellen. Dieser Ansatz ist konsistent mit dem finanzmathematischen Standard-Referenzmodell, der geometrischen Brownschen Bewegung (geometrischer Wiener-Prozess). Zur Gewinnung der Parameter der kontinuierlichen Jahresrenditen legen wir die Entwicklung des deutschen Aktienindex (DAX) über den Zeitraum 1970 - 2000 zugrunde. Die Parameter mittlere (kontinuierliche) Rendite und Renditestandardabweichung nehmen über diesen Zeitraum die Werte 10.47% bzw. 22.77% an.

Die beiden Investmentalternativen sind die Einmalanlage einer Geldeinheit zu Periodenbeginn sowie die jährlich vorschüssige Anlage von T gleich hohen Beträgen der Höhe 1/T Geldeinheiten (Sparplan). Ausgewertet wird das (ex ante zufallsabhängige) Endvermögen, das unter diesen beiden Investmentalternativen jeweils erreicht wird. Als Maß für die mittlere Wertentwicklung wird der Erwartungswert des Endvermögens bestimmt. Als Risikomaße kommen neben der traditionellen Standardabweichung dabei Maße des Shortfall-Typus zum Einsatz - vgl. hierzu allgemein Albrecht/Maurer (2002, S. 108 ff.) sowie für einen Anwendungsfall Albrecht/Maurer/Ruckpaul (2001). Bezugspunkt ist dabei ein Zielendvermögen in Höhe von einer Geldeinheit (Targetrendite von null Prozent), d.h. analysiert wird die Gefahr der Verfehlung einer nominalen Kapitalerhaltung. Als einfachstes Shortfallrisikomaß wird zunächst die Shortfallwahrscheinlichkeit betrachtet, d.h. die Wahrscheinlichkeit der Verfehlung einer nominalen Kapitalerhaltung bestimmt. Neben der Wahrscheinlichkeit für einen Shortfall ist auch die mittlere Höhe eines Shortfalls relativ zur Benchmark von Relevanz. Zu diesem Zweck wird der sog. Mean Excess Loss betrachtet. Dieser misst die mittlere Shortfallhöhe unter der Bedingung, dass ein Shortfall eintritt. Hierbei wird die mittlere Unterschreitung der Benchmark (nominale Kapitalerhaltung) über alle Realisationen betrachtet, die zu einer Verfehlung der Benchmark führen. Der Mean Excess Loss kann intuitiv als Worst Case-Risikomaß apostrophiert werden, denn er misst nur die Konsequenzen (mittlere Benchmarkunterschreitung) für die Fälle, in denen der Worst Case (hier: Benchmarkverfehlung) eintritt. Weitere technische Details findet man im Anhang zu diesem Beitrag.

Schließlich wird noch der Value-at-Risk betrachtet und dabei als risikoadjustiertes Performancemaß interpretiert.

4. Ergebnisse

Die nachstehende Abbildung 1 vermittelt zunächst einen Eindruck von der mittleren Entwicklung des Endvermögens der beiden alternativen Investments über verschiedene Zeithorizonte. Generell (auch für die weiteren Graphiken) ist dabei für den Fall des Sparplans zu beachten, dass hier für jeden fixierten Zeithorizont T eine andere Strategie vorliegt, da am Anfang jeder Investitionsperiode innerhalb des Investitionszeitraums [0, T] jeweils 1/T Geldeinheiten investiert werden.

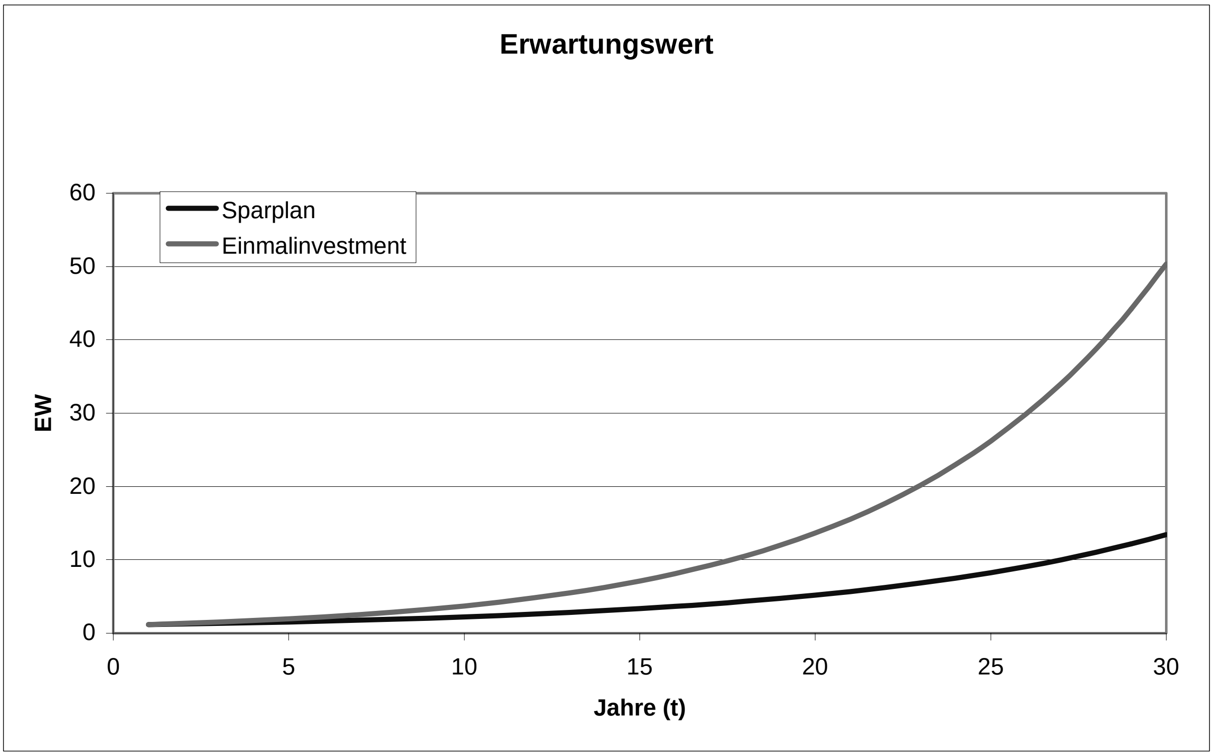

Abbildung 1: Einmalinvestment vs. Sparplan: Mittlerer Wert des Endvermögens

Es wird deutlich, dass das Einmalinvestment zu einem höheren mittleren Endvermögen führt, wobei die Differenz umso gravierender wird, je länger der Zeithorizont ist. Dieses Ergebnis ist generell valide. Für den hier betrachteten Fall der geometrischen Brownschen Bewegung vgl. man Anhang B, für einen beliebigen (multiplikativen) Random Walk vgl. Reichling/Schulmerich (1998).

Intuitiv liegt dieses Ergebnis begründet in der „positiven Drift“ der zugrundeliegenden stochastischen Dynamik, d.h. im Mittel erfolgt eine jährliche Renditesteigerung des investierten Kapitals von ca. 10.5%. Je mehr Kapital unter diesen Bedingungen investiv gebunden ist, desto besser ist (im Mittel) das Ergebnis. Die größere Kapitalbindung erfolgt beim Einmalinvestment, die Kapitalbildungsdifferenz ist dabei umso größer, je größer der Zeithorizont für das Cost-Averaging ist. Natürlich spielt auch die im ersten Abschnitt angesprochene (implizite) Hypothese eines Wiederanlagezinses in Höhe von null Prozent bei der Sparplanvariante eine Rolle. Da jedoch der sichere Zins sinnvollerweise geringer anzusetzen ist als die mittlere Rendite eines Aktieninvestments, vermindert ein positiver sicherer Zins zwar den Abstand zur mittleren Wertentwicklung beim Einmalinvestment, aber er überbrückt ihn nicht.

Abbildung 2 stellt entsprechend die Entwicklung der Volatilität des Endvermögens der beiden alternativen Investments dar.

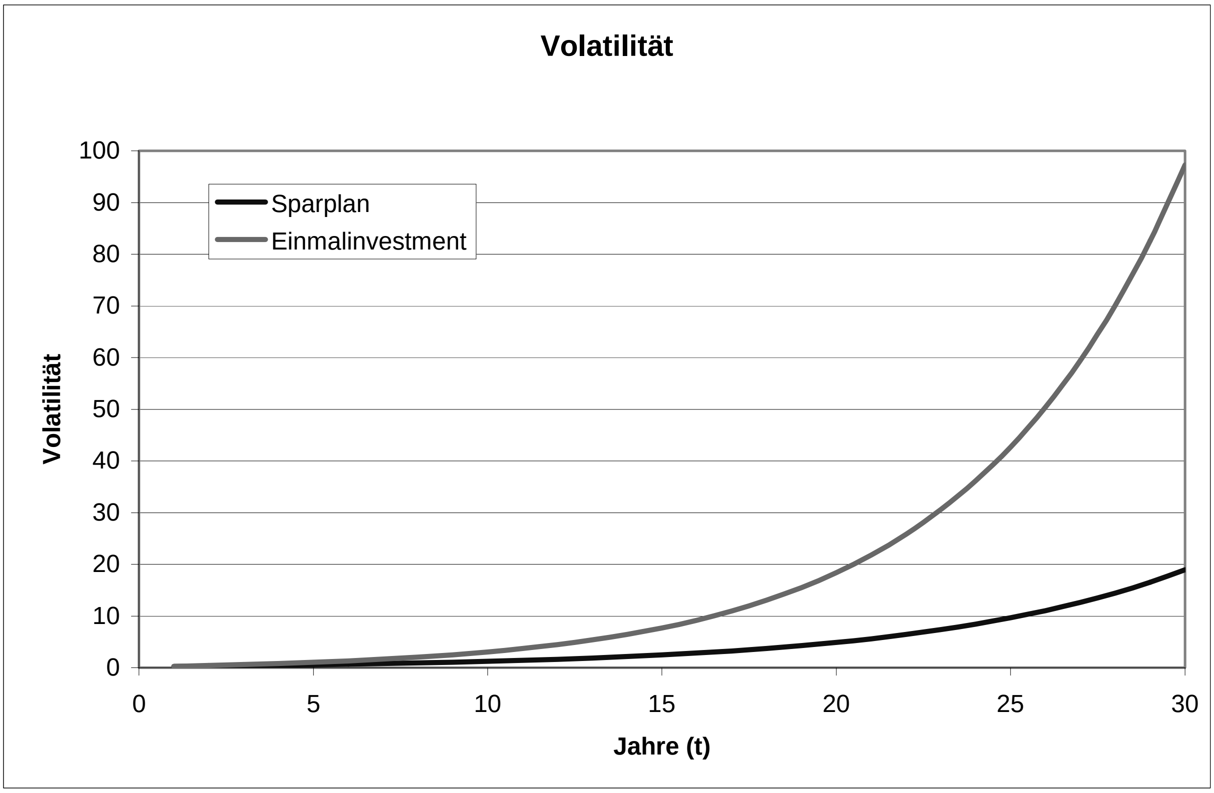

Abbildung 2: Einmalinvestment vs. Sparplan: Volatilität des Endvermögens

Es wird deutlich, dass das Einmalinvestment eine höhere Volatilität (und damit auch eine höhere Varianz) des Endvermögens besitzt als der Sparplan. Auch dieses Resultat ist generell valide. Für den Fall der geometrischen Brownschen Bewegung vgl. wiederum Anhang B, für den allgemeinen (multiplikativen) Random Walk-Fall vgl. Reichling/Schulmerich (1998).

Zusammengenommen bedeuten die beiden vorstehenden Resultate, dass hinsichtlich des Erwartungswert/Varianz-Kriteriums - vgl. allgemein Albrecht/Maurer (2002, S. 171f.) - keine Dominanz einer der beiden Strategien vorliegt. Der Sparplan beinhaltet im Vergleich zum

Einmalinvestment sowohl einen niedrigeren Erwartungswert des Endvermögens als auch ein geringeres Risiko, gemessen anhand der Standardabweichung des Endvermögens.

Es stellt sich nun die weitergehende Frage, wie die beiden Investmentalternativen abschneiden, wenn ein Trade-off zwischen eingegangenem Risiko und resultierender mittlerer Rendite durchgeführt wird. Nach der (nicht weiter begründeten) These von Samuelson (1994) sollte unter einer risikoadjustierten Perspektive dann keine der beiden Investmentalternativen eine Überlegenheit aufweisen. Grundlage für eine entsprechende Analyse wäre die Spezifikation eines risikoadjustierten Performancemaßes. Hierfür stehen mehrere Möglichkeiten zur Verfügung (z.B. Sharpe-Ratio, Modigliani/Modigliani-Rendite, vgl. hierzu etwa Albrecht/Maurer/Schradin (1999, S. 35ff.)) und es steht zu vermuten, dass die Antwort von der eingesetzten Konzeption zur Messung einer risikoadjustierten Rendite abhängig ist.

Im folgenden lenken wir unsere Aufmerksamkeit auf den Value-at-Risk als spezifische Möglichkeit zur Messung einer risikoadjustierten Performance. Der Value-at-Risk zum Konfidenzniveau α ist - vgl. allgemein Albrecht/Maurer (2002, S. 115ff., S. 673ff.) - dabei derjenige Wert, der maximal mit Wahrscheinlichkeit α%, d.h. grob gesagt nur in maximal 100α von 100 Perioden unterschritten wird. Im Falle des Vorliegens einer Normalverteilung besitzt der Value-at-Risk - vgl. wiederum Albrecht/Maurer (2002, S. 674ff.) - die folgende generelle Struktur:

$$\textit{Value-at-Risk}\ (\alpha\%) = \textit{Erwartungswert minus}\ [\textit{Faktor}\ (\alpha\%)\ \textit{mal Volatilität}].$$

Der eingehende Multiplikationsfaktor entspricht dabei dem (1 - α)-Quantil der Standardnormalverteilung. Im Normalverteilungsfall wird damit besonders deutlich, dass der Value-at-Risk ein risikoadjustiertes Performancemaß ist, denn offenbar findet ein expliziter Trade-off zwischen „Risiko“ und „(mittlerer) Rendite“ statt. Bei vielen Anwendungen in der Literatur wird der Value-at-Risk dagegen als reines Risikomaß verstanden. Dies liegt darin begründet, dass bei diesen Anwendungen der in die vorstehende strukturelle Beziehung eingehende Erwartungswert approximativ gleich null gesetzt wird (z.B. in Fällen, in denen die mittlere Rendite eines Finanztitels über einen sehr kurzen Zeithorizont betrachtet wird). Bei einer solchen Vorgehensweise zeigt dann auch die vorstehende strukturelle Beziehung, dass dann der Value-at-Risk proportional zu einem Risikomaß, der Standardabweichung, ist. Im allgemeinen

Fall ist u.E. der Value-at-Risk hingegen eher als risikoadjustiertes Performancemaß anzusehen (vgl. zu einer entsprechenden Anwendung aktuell Albrecht (2002b)).

Vor diesem Hintergrund können dann auch die Ergebnisse von Reichling/Schulmerich (1998) eingeordnet werden, die im Rahmen einer spezifischen Beispielkonstellation zum Schluss kommen, dass der Sparplan im Vergleich zum Einmalinvestment einen geringeren 5%-Value-at-Risk aufweist. Bei Betrachtung des Value-at-Risk weist damit der Sparplan einen besseren Risiko/Rendite-Trade-off auf als das Einmalinvestment. Versteht man den Value-at-Risk als risikoadjustiertes Performancemaß, so besteht hier - entgegen der These von Samuelson - eine Überlegenheit des Sparplans.

Wenden wir uns nun einer Analyse der beiden Investmentalternativen unter Shortfallgesichtspunkten zu. Abbildung 3 vermittelt einen Eindruck von der Shortfallwahrscheinlichkeit - hier der Wahrscheinlichkeit der Verfehlung einer nominalen Kapitalerhaltung - im Zeitablauf.

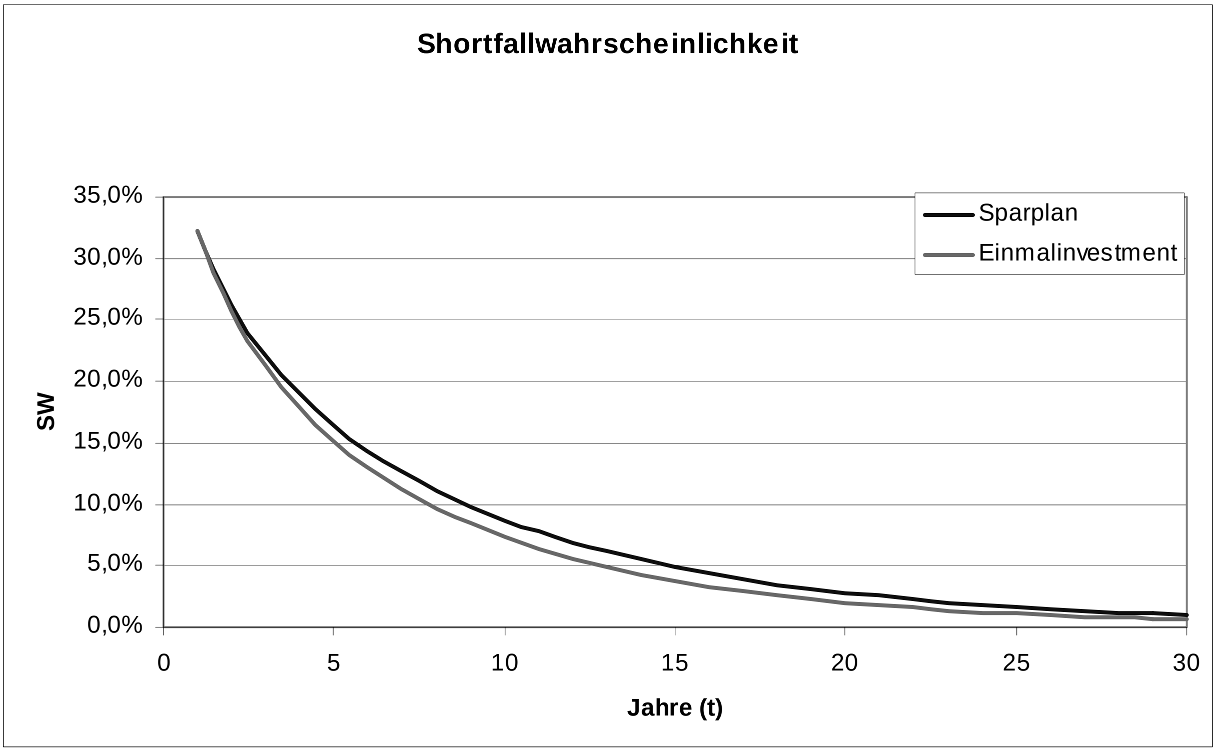

Abbildung 3: Einmalinvestment vs. Sparplan: Shortfallwahrscheinlichkeit

Es wird deutlich, dass das Einmalinvestment nicht nur hinsichtlich der mittleren Wertentwicklung, sondern auch hinsichtlich der Wahrscheinlichkeit der Verfehlung einer nominalen Kapitalerhaltung dem Sparplan überlegen ist. Es weist damit (nur) in diesem Sinne ein geringeres

Risiko auf. Intuitiv liegt dies wiederum begründet in dem „Drifteffekt“, der schon bei der mittleren Wertentwicklung für die Überlegenheit des Einmalinvestments ausschlaggebend war. Auch hinsichtlich der Vorgabe der Benchmark einer nominalen Kapitalerhaltung führt dieser Effekt dazu, dass beim Einmalinvestment weniger Realisationen die Benchmark verfehlen. Das Ausmaß der Wirkung des Drifteffektes ist aber deutlich weniger stark ausgeprägt als im Falle der mittleren Wertentwicklung. Die Shortfallwahrscheinlichkeiten beim Einmalinvestment sind nur geringfügig geringer als beim Sparplan.

Wenden wir uns nun dem Mean Excess Loss zu. Die entsprechende Situation wird in Abbildung 4 dargestellt.

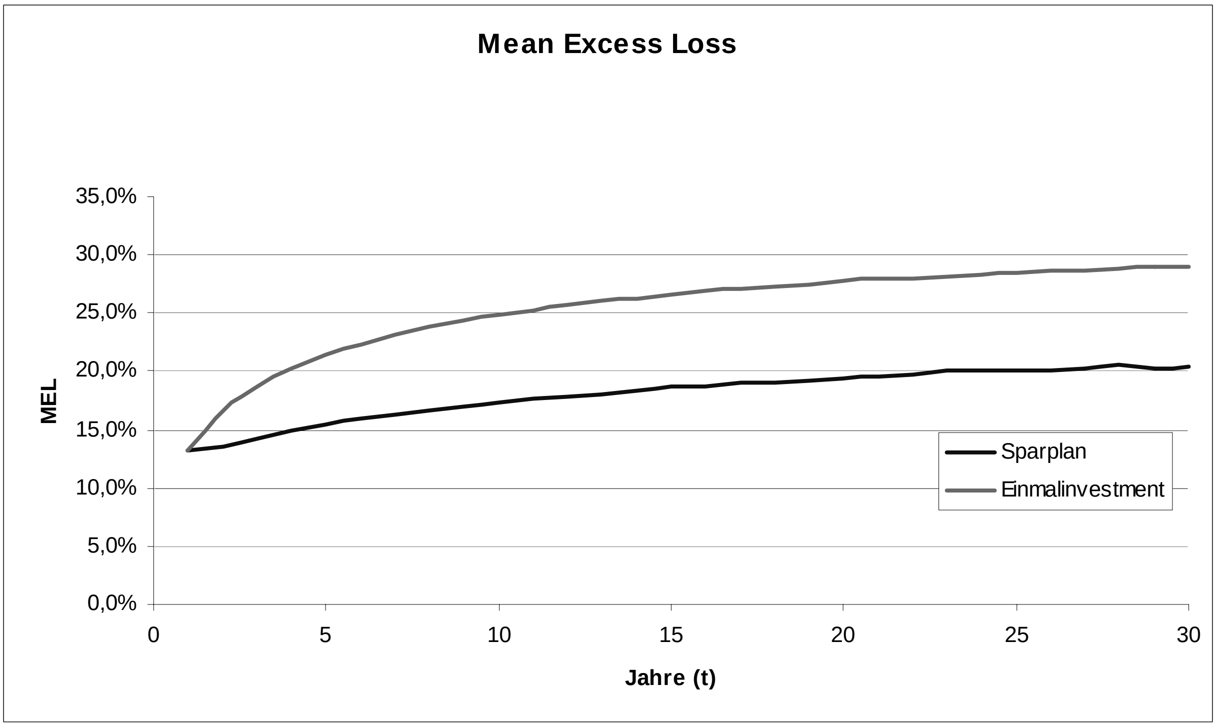

Abbildung 4: Einmalinvestment vs. Sparplan: Mean Excess Loss

Abbildung 4 macht deutlich, dass die festgestellte Überlegenheit eines Einmalinvestments hinsichtlich der Shortfallwahrscheinlichkeit ins Gegenteil umschlägt, wenn man sich auf diejenigen Realisationen beschränkt, die zu einer Verfehlung der Benchmark einer nominalen Kapitalerhaltung führen. Die mittlere Unterschreitung der Benchmark ist dann beim Sparplan deutlich geringer als beim Einmalinvestment. Der Sparplan wirkt als „Risikodämpfer“, er schützt besser im Falle von Worst Case-Ereignissen (hier: Verfehlung der nominalen Kapitalerhaltung). Je länger der Investmenthorizont, desto besser die Risikodämpfung durch den Sparplan, relativ zum Einmalinvestment.

5. Fazit und Ausblick

Unter der Hypothese eines Random Walk für die künftigen Renditerealisationen (und bei Annahme eines Wiederanlagezinses in Höhe von null Prozent für die jeweils nicht investiv gebundenen Vermögensteile beim Sparplan) können die folgenden Ergebnisse resümiert werden:

- Das Einmalinvestment ist systematisch überlegen hinsichtlich der mittleren Wertentwicklung. Dieser Vorteil steigt generell mit der Länge des Investitionshorizonts.
- Der Sparplan ist hingegen systematisch überlegen hinsichtlich der Standardabweichung des Endvermögens.
- Hinsichtlich des Erwartungswert/Varianz-Kriteriums besteht somit keine Dominanz einer der beiden Investmentalternativen über die andere.
- Hinsichtlich des Value-at-Risk (hier interpretiert als risikoadjustiertes Performancemaß) deuten die Ergebnisse von Reichling/Schulmerich (1998) auf eine Überlegenheit des Sparplans hin.

Hinsichtlich des Shortfallrisikos werden die folgenden Ergebnisse erzielt:

- Das Einmalinvestment weist geringfügig geringere Wahrscheinlichkeiten für die Verfehlung einer nominalen Kapitalerhaltung auf.
- Der Sparplan ist ein besserer Dämpfer hinsichtlich der Risikohöhe im Sinne des Risikomaßes Mean Excess Loss. Gemessen wird dabei die mittlere Verfehlung der nominalen Kapitalerhaltung in den Szenarien, in denen eine solche Verfehlung eintritt.

Die Vorteilhaftigkeit der beiden alternativen Investmentstrategien ist somit differenziert zu sehen. Sowohl These (Überlegenheit des Sparplans) als auch Gegenthese (Überlegenheit des Einmalinvestments) sind nicht generell valide.

Zur Bestimmung eines „Saldoeffektes“ über die hinsichtlich des Shortfallrisikos gewonnenen Teileffekte müsste der Investor sowohl Trade-offs zwischen Shortfallwahrscheinlichkeit und Mean Excess Loss als Teilrisikomaße, als auch mit dem Erwartungswert als Chancenmaß durchführen, um zu einer persönlich optimalen Entscheidung hinsichtlich Einmalinvestment versus Sparplan zu gelangen. Das Ergebnis hängt entscheidend vom jeweiligen Ausmaß dieser beiden Trade-offs ab. Im vorliegenden Beitrag beschränken wir uns jedoch auf die Offenlegung der Teileffekte, die beim Einmalinvestment bzw. Sparplan wirksam sind.

Weitere Analyseschritte werden sich auf den Einfluss des Ausmaßes der Volatilität, auf den Übergang auf monatliche Investitionsbeträge, auf die Effekte eines Ausgabeaufschlags bei Investmentfonds sowie auf die Konsequenzen eines Mean Reversion-Effektes beziehen. Ferner sollen die Konsequenzen für eine risikoadjustierte Performance herausgearbeitet werden. Schließlich haben sich die bisherigen Analysen auf die Ansparphase beschränkt. Es stellt sich die Frage, ob spiegelbildliche Effekte bei der Entsparphase auftreten (Kapitalabfindung versus Rentenzahlung).

LITERATUR

Albrecht, P. (2001): Welche Aktienperformance ist über die nächsten Dekaden realistischerweise zu erwarten? Eine Fundamentalanalyse, Zeitschrift für Versicherungswesen 23/2001, 803 - 812.

Albrecht, P. (2002a): Bulle contra Bär - Hausse oder Baisse: Welche Performance ist auf dem deutschen Aktienmarkt über die nächste Dekade zu erwarten? ForUM 2002, Universität Mannheim, 6 - 10.

Albrecht, P. (2002b): Die Kapitalanlageperformance der Lebensversicherer im Vergleich, Versicherungswirtschaft 19/2002, 1474 - 1477.

Albrecht, P., R. Maurer (2002): Investment- und Risikomanagement, Stuttgart.

Albrecht, P., R. Maurer, H.R. Schradin (1999): Die Kapitalanlageperformance der Lebensversicherer im Vergleich zur Fondsanlage unter Rendite- und Risikoaspekten, Karlsruhe.

Albrecht, P., R. Maurer, U. Ruckpaul (2001): Shortfall-Risks of Stocks in the Long Run, Financial Markets and Portfolio Management 15, 481 - 499.

Campbell, J.Y., R.J. Shiller (1998): Valuation Ratios and the Long-Run Stock Market Outlook, Journal of Portfolio Management, Winter 1998, 11 - 26.

Campbell, J.Y., R.J. Shiller (2001): Valuation Ratios and the Long-Run Stock Market Outlook: An Update, Cowles Foundation Discussion Paper No. 1295, Yale University.

Carlson, J.B., E.A. Pelz, M.W. Wohar (2002): Will Valuation Ratios Revert to Historical Means?, Journal of Portfolio Management, Summer 2002, 23 - 35.

Ebertz, T., B. Scherer (1998): Cost-Averaging - Fakt oder Fiktion?, Die Bank 2/98, 84 - 87.

Klöckner, B.W. (2002): Wer auch in Krisenzeiten spart, gewinnt, Versicherungsmagazin 10/02, 56 - 57.

Laux, M. (1998): Altersvorsorge-Sondervermögen - Ein ergänzendes Instrument für die private und betriebliche Altersvorsorge, in: Hehn, E. (Hrsg.): Asset Management, Stuttgart, 325 - 340.

Löffler, G. (2001): Anlagestrategien für die private Altersvorsorge, in: Westphal, I., C. Horstkotte (Hrsg.): Asset Management 2002, Stuttgart, 23 - 36.

Reichling, P., M. Schulmerich (1998): Der Cost-Average-Effekt, Solutions 04/98, RiskLab Germany, 41 - 49.

Rozeff, M.S. (1994): Lump-sum Investing versus Dollar-Averaging, Journal of Portfolio Management, Winter 1994, 45 - 50.

Samuelson, P.A. (1994): The Long-Term Case for Equities, Journal of Portfolio Management, Fall 1994, 15 - 24.

Shiller, R.J. (2000): Irrational Exuberance, Princeton.

Stephan, T.G., K. Telöken (1997): Sparplan versus Einmalanlage. Der Cost Average-Effekt, Die Bank 10/97, 616 - 619.

Anhang A: Formale Grundlagen

Gegeben sei ein fixiertes Investitionsintervall [0, T] mit diskreten Investitionszeitpunkten t = 0, 1, ..., T-1. $\{S_t; 0 \leq t \leq T\}$ bezeichne den stochastischen Prozess für die zufallsabhängige Kursentwicklung des getätigten Finanzinvestments (Aktie, Fondsanlage). Als Hypothese für die Kursdynamik dient dabei „das“ Benchmarkmodell der modernen Finanzmathematik, die geometrische Brownsche Bewegung (geometrischer Wiener-Prozess), vgl. hierzu im Einzelnen Albrecht/Maurer (2002, S. 148 ff.). Diese Annahme impliziert insbesondere, dass jeder zukünftige Kurs S_t zu einem festen Zeitpunkt t logarithmisch normalverteilt ist und ebenso, dass die zeitstetigen Einperiodenrenditen $U_t = \ln[S_t/s_{t-1}]$, t = 1, ..., T, unabhängig und identsich normalverteilt sind, d.h.

$$U_t \sim \mathrm{N}(m, v^2)\,. \tag{A.1}$$

Der geometrische Wiener-Prozess kann somit als zeitstetige Variante eines (multiplikativen) Random Walks aufgefasst werden.

Betrachten wir nun die (Ex ante-)Wertentwicklungen der beiden Investmentalternativen. Im Falle des Einmalinvestments wird ein anfänglicher Geldbetrag von $V_0 = 1$ investiert, das realisierte Endvermögen $V_{EI} = V_{EI}(T)$ des Einmalinvestments ist gegeben durch

$$V_{EI}(T) = S_T / s_0 = \exp(U_1 + \ldots + U_T). \tag{A.2}$$

Damit gilt

$$\ln V_{EI}(T) \sim N(mT, v^2 T), \tag{A.3}$$

die relevante Verteilung für $V_{EI}(T)$ ist somit die logarithmische Normalverteilung.

Im Falle des Sparplans wird ein Geldbetrag in Höhe von $I = V_0/T = 1/T$ zu den Zeitpunkten t = 0, 1, ..., T-1 investiert. Es gilt dann für das realisierte Endvermögen $V_{SP} = V_{SP}(T)$ des Sparplans:

$$V_{SP}(T) = \left(\frac{I}{s_0} + \frac{I}{s_1} + \ldots + \frac{I}{s_{t-1}} \right) S_T$$

$$= I \sum_{t=0}^{T-1} (S_T / s_t) \qquad \text{(A.4)}$$

$$= I \sum_{t=1}^{T} \exp(U_t + \ldots + U_T).$$

Die Verteilung des Endvermögens beim Sparplan besteht somit aus einer Summe logarithmisch normalverteilter Zufallsgrößen. Hierzu existiert kein geschlossener Ausdruck. Die Evaluation von V_{SP} wird im allgemeinen Fall auf der Grundlage einer Monte Carlo-Simulation vorgenommen, die darauf beruht, dass die stetigen Einperiodenrenditen $U_1, ..., U_T$ unabhängig und identisch normalverteilt sind. Für Erwartungswert und Varianz des Sparplans existieren jedoch für den Random Walk-Fall allgemeine analytische Ausdrücke, vgl. Reichling/Schulmerich (1998). Für die in dieser Arbeit im Vordergrund stehende geometrische Brownsche Bewegung enthält Anhang B die entsprechenden Resultate.

Die Evaluation von V_{EI} kann hingegen auf analytischem Wege erfolgen. Für den Erwartungswert und die Varianz gilt dabei - vgl. allgemein etwa Albrecht/Maurer (2002, S. 95) - für die Funktionalparameter der Lognormalverteilung:

$$E(V_{EI}) = \exp(mT + \frac{1}{2} v^2 T) \qquad \text{(A.5)}$$

$$\mathrm{Var}(V_{EI}) = \exp(2mT + v^2 T)[e^{v^2 T} - 1]. \qquad \text{(A.6)}$$

Wenden wir uns nunmehr den im Haupttext verwendeten Risikomaßen zu - für Shortfallrisikomaße im Allgemeinen vgl. wiederum Albrecht/Maurer (2002, S. 108 ff., S. 127 ff.). Es sind dies - hier formuliert für ein beliebiges Endvermögen V_T und eine beliebige Benchmark z_T - die Shortfallwahrscheinlichkeit

$$SW(z_T) = P(V_T \le z_T), \qquad \text{(A.7)}$$

der Shortfallerwartungswert

$$SE(z_T) = E[\max(z_T - V_T, 0)], \tag{A.8}$$

sowie der Mean Excess Loss

$$MEL(z_T) = E[z_T - V_T \mid V_T \le z_T]. \tag{A.9}$$

Zwischen diesen Risikomaßen gilt dabei generell die Beziehung

$$SE(z_T) = SW(z_T) \cdot MEL(z_T). \tag{A.10}$$

Für ein gemäß (A.3) logarithmisch normalverteiltes Endvermögen gilt dabei - vgl. allgemein wiederum Albrecht/Maurer (2002, S. 131 f.) - mit $q_T := (z_T - mT)/v\sqrt{T}$:

$$SW(z_T) = \Phi(q_T) \tag{A.11}$$

$$SE(z_T) = z_T \Phi(q_T) - \exp(mT + \frac{1}{2}v^2 T)\ \Phi(q_T - v\sqrt{T}), \tag{A.12}$$

wobei $\Phi(x)$ die Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung bezeichne. Die Risikokennziffer MEL (z_T) kann man dann gemäß (A.10) als Quotient SE(z_T)/SW(z_T) berechnen.

Im Falle des Sparplans sind die Risikomaße Shortfallwahrscheinlichkeit und Shortfallerwartung zu bestimmen auf der Basis ihrer Stichprobengegenstücke (Shortfallhäufigkeit, Shortfallmittelwert) gegeben die simulierten Realisationen des erreichten Endvermögens.

Anhang B: Erwartungswert und Varianz des Endvermögens für den Sparplan

Wir definieren zunächst die Hilfsgrößen

$$V_{t,T} := \exp(U_t + \cdots + U_T) \tag{B.1}$$

Es gilt dann

$$\begin{aligned} \ln V_{t,T} &= U_t + \cdots + U_T \\ &\sim \mathrm{N}[m(T-t+1), v^2(T-t+1)]. \end{aligned} \tag{B.2}$$

Das Endvermögen des Sparplans ist dann gemäß (A.4) gegeben durch

$$V_{SP}(T) = \frac{1}{T}\sum_{t=0}^{T-1} V_{t+1,T} \tag{B.3}$$

Für den entsprechenden Erwartungswert gilt dann:

$$\begin{aligned} E[V_{SP}(T)] &= \frac{1}{T}\sum_{t=0}^{T-1} E[V_{t+1,T}] \\ &= \frac{1}{T}\sum_{t=0}^{T-1} \exp[m(T-t) + \frac{1}{2}v^2(T-t)] \\ &= \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} \exp[(m + \frac{1}{2}v^2)t]. \end{aligned} \tag{B.4}$$

Aufgrund der Monotonie der Exponentialfunktion kann dann jeder Summand in (B.4) nach oben abgeschätzt werden durch $\exp[(m + ½v^2)T]$, d.h. insgesamt gilt gemäß (A.5) für $T > 1$:

$$\mathrm{E}[V_{SP}(T)] < \mathrm{E}[V_{EI}(T)]\,. \tag{B.5}$$

Das erwartete Endvermögen ist somit im Einmalinvestmentfall systematisch höher als im Sparplanfall.

Für die Varianz des Endvermögens im Falle des Sparplan gilt zunächst allgemein:

$$\begin{aligned} \mathrm{Var}[V_{SP}(T)] &= \mathrm{E}[V_{SP}^2(T)] - \mathrm{E}[V_{SP}(T)]^2 \\ &= \frac{1}{T^2}\mathrm{E}\left[\left(\sum_{t=0}^{T-1} V_{t+1,T}\right)^2\right] - \frac{1}{T^2}\left[\sum_{t=0}^{T-1}\exp[(m + \frac{1}{2}v^2)(T-t)]\right]^2. \end{aligned} \tag{B.6}$$

Allgemein gilt $(\Sigma a_t)^2 = \Sigma\Sigma a_t a_s = \Sigma a_t^2 + 2\Sigma\Sigma a_t a_{t+k}$. Damit gilt zunächst:

$$(\sum_{t=0}^{T-1} V_{t+1,T})^2 = \sum_{t=0}^{T-1} V_{t+1,T}^2 + 2\sum_{t=0}^{T-2}\sum_{k=1}^{T-t-1} V_{t+1,T} V_{t+k+1,T} \; . \qquad \text{(B.7)}$$

Da $V_{t+1,T}$ logarithmisch normalverteilt ist, folgt zunächst:

$$E(V_{t+1,T}^2) = \exp[2(T-t)(m+v^2)] \, . \qquad \text{(B.8)}$$

Wegen $V_{t+1,T}\, V_{t+k+1,T} = \exp(U_{t+1}\cdot\ldots\cdot U_T)\exp(U_{t+k+1}\cdot\ldots\cdot U_T)$ folgt weiter

$$\ln(V_{t+1,T}\, V_{t+k+1,T}) = U_{t+1} + \cdots U_{t+k} + 2U_{t+k+1} + \cdots 2U_T \; . \qquad \text{(B.9)}$$

Es liegt somit eine Summe normalverteilter Terme vor, d.h. $\ln(V_{t+1,T}\, V_{t+k+1,T})$ ist normalverteilt bzw. $V_{t+1,T}\, V_{t+k+1,T}$ ist logarithmisch normalverteilt. Es gilt dabei:

$$\begin{aligned} \mathrm{E}[\ln(V_{t+1,T}\, V_{t+k+1,T})] &= k\cdot m + 2(T-t-k)m \\ &= [2(T-t)-k]m \end{aligned} \qquad \text{(B.10)}$$

sowie

$$\begin{aligned} \mathrm{Var}[\ln(V_{t+1,T}\, V_{t+k+1,T})] &= k\cdot v^2 + 4(T-t-k)v^2 \\ &= [4(T-t)-3k]v^2 . \end{aligned} \qquad \text{(B.11)}$$

Insgesamt gilt damit

$$\mathrm{E}[\ln(V_{t+1,T}\, V_{t+k+1,T})] = \exp\{[2(T-t)+k]m + \frac{1}{2}[4(T-t)-3k]v^2\} \, . \qquad \text{(B.12)}$$

Des Weiteren gilt:

$$\begin{aligned} &\left[\sum_{t=0}^{T-1} \exp[(m+\frac{1}{2}v^2)(T-t)]\right]^2 \\ &= \sum_{t=0}^{T-1} \exp[(2m+v^2)(T-t)] + 2\sum_{t=0}^{T-2}\sum_{k=1}^{T-t-1} \exp[(m+\frac{1}{2}v^2)(2(T-t)-k)]. \end{aligned} \qquad \text{(B.13)}$$

Damit sind wir nun in der Lage, einen Gesamtausdruck für die Varianz des Endvermögens des Sparplans herzuleiten. Es gilt:

$$\mathrm{Var}[V_{SP}(T)] = \left\{ \frac{1}{T^2} \sum_{t=0}^{T-1} \left[\mathrm{e}^{2(m+v^2)(T-t)} - \mathrm{e}^{(2m+v^2)(T-t)} \right] \right. \qquad \text{(B.14)}$$

$$\left. + 2\sum_{t=0}^{T-2} \sum_{k=1}^{T-t-1} \left[\mathrm{e}^{[2(T-t)-k]m+\frac{1}{2}[4(T-t)-3k]v^2} - \mathrm{e}^{(m+\frac{1}{2}v^2)(2T-2t-k)} \right] \right\}.$$

Nach einigen Umformungen folgt hieraus:

$$\mathrm{Var}[V_{SP}(T)] = \frac{1}{T^2} \mathrm{e}^{2(m+\frac{1}{2}v^2)T} \left\{ \sum_{t=0}^{T-1} \mathrm{e}^{-2(m+\frac{1}{2}v^2)t} \left[e^{v^2(T-t)} - 1 \right] \right. \qquad \text{(B.15)}$$

$$\left. + 2\sum_{t=0}^{T-2} \sum_{k=1}^{T-t-1} \mathrm{e}^{-(m+\frac{1}{2}v^2)(2t+k)} \left[e^{v^2(T-t-k)} - 1 \right] \right\}.$$

Jeder einzelne Summand beinhaltet ein Produkt dessen erster Term durch 1 und dessen zweiter Term durch $\mathrm{e}^{v^2T} - 1$ nach oben abgeschätzt werden kann. Es folgt somit (T > 1):

$$\mathrm{Var}[V_{SP}(T)] < \frac{1}{T^2} e^{2(m+\frac{1}{2}v^2)T} (e^{v^2T} - 1)\{\sum_{t=0}^{T-1} 1 + \sum_{t=0}^{T-2} \sum_{k=1}^{T-t+1} 1\}.$$

Da insgesamt T^2 Summanden vorliegen, gilt damit schließlich (man beachte (A.6)):

$$\mathrm{Var}[V_{SP}(T)] < e^{2(m+\frac{1}{2}v^2)T} (e^{v^2T} - 1) = \mathrm{Var}[V_{EI}(T)]. \qquad \text{(B.16)}$$

Damit ist die Varianz des Endvermögens im Sparplanfall systematisch niedriger als im Einmalbeitragsfall.